

# Intelligente feedback in e-learning systemen

Voorstel voor een innovatief project met een baanbrekend karakter

**Penvoerende instelling:**

Open Universiteit Nederland

**Partner instellingen:**

Technische Universiteit Delft

Technische Universiteit Eindhoven

**Datum:**

31 oktober 2006

**Inhoudsopgave**

1. Doelstelling	2
2. Planbeschrijving	2
3. Omgeving van het innovatieproject	4
4. Resultaten en criteria voor toetsing	5
Appendix A: Toelichting bij de doelstelling	6
Referenties	13
Bijlage 1: Begroting	15
Bijlage 2: Persoonsgegevens	17
Bijlage 3: Samenwerkingsverklaringen	18

## 1. Doelstelling

De nieuwe generaties studenten zijn opgegroeid omgeven door geavanceerde ict-technologie. Tegelijkertijd is in het voorbereidend onderwijs het niveau dat in de exacte vakken wordt gehaald gedaald, en is de instroom in het hoger onderwijs steeds heterogener geworden. Om deze probleem aan te pakken zijn nieuwe vormen van leren en onderwijzen nodig, evenals technologie om die te ondersteunen. Op afzienbare termijn zijn die realiseerbaar en kansrijk inzetbaar, gegeven de ict-attitudes van de jongste generaties studenten.

De drie indieners van dit voorstel hebben belangrijke vorderingen gemaakt met betrekking tot het genereren van intelligente feedback in e-learning systemen, gebruikmakend van geavanceerde technieken uit de informatica. Dit project beoogt de tot nu toe geboekte resultaten te bundelen en gezamenlijk de laatste stappen te zetten die nodig zijn om een 'proof of concept' van een intelligente feedbackcomponent te leveren.

Met e-learning systemen zullen studenten in staat zijn zelfstandig te bepalen of ze de stof beheersen en zondig ontbrekende competenties te verbeteren. Met name voor wiskunde vakken is daarbij een goede interactie tussen student en e-learning systeem essentieel. Het systeem dient op detailniveau goed te volgen wat de student doet en daar op detail of een hoger niveau gepaste feedback op te geven. Als de student een fout maakt of iets niet begrijpt moet het systeem dat kunnen onderkennen en op juiste wijze advies geven. Alleen zo kan het systeem de student motiveren om door te gaan.

In de bestaande e-learning systemen moet voor alle opgaven alle feedback vooraf gespecificeerd worden. Dit is arbeidsintensief en het is niet eenvoudig om alle mogelijke opties en fouten die gemaakt kunnen worden van te voren te onderkennen. Ook is de feedback dan veelal globaal en gaat niet op gedetailleerd niveau in op de gemaakte fouten.

Doel van dit project is een prototype van een intelligente feedbackcomponent te ontwikkelen om automatisch feedback te genereren. Hierbij zal een generieke opzet worden gevolgd zodat de component in verschillende e-learning systemen kan worden ingezet. In eerste instantie zal de component ten behoeve van oefenbanken voor Lineaire Algebra worden ingezet. Tevens zal onderzoek worden gedaan naar de optimale didactische toepassing.

De beoogde feedbackcomponent is uniek. Momenteel zijn er in Nederland diverse projecten op het gebied van geautomatiseerde ondersteuning bij het onderwijs in exacte vakken (Nationale kennisbank basisvaardigheden wiskunde, Web-deductie, en andere). In dit project wordt een doel nagestreefd dat aanvullend is op de bestaande projecten. De beoogde mate van detail en de intelligentie in de feedback is in andere projecten niet aanwezig. Als een succesvol 'proof of concept' kan worden gerealiseerd, wordt daarmee een belangrijke doorbraak gecreëerd en zijn vele toepassingen mogelijk.

Zie appendix A voor een uitgebreide toelichting op de doelstelling en op de toe te passen methoden uit het gebied van herschrijfsystemen en compilertechnologie.

## 2. Planbeschrijving

Dit project wordt uitgevoerd door een consortium van onderzoekers wiskunde, informatica en onderwijskunde van de TU Delft, de TU Eindhoven, en de Open Universiteit Nederland. Deze onderzoekers hebben de laatste jaren intensief gewerkt aan e-learning systemen voor het wiskunde onderwijs. De ontwikkelde systemen maken gebruik van een

onderliggende solver (Maple, Mathematica, etc.) maar de systemen verschillen in de manier waarop de interactie tussen student en systeem plaats vindt:

- TUD: ontwikkelt een systeem gebaseerd op Mathematica dat de student een deel van de opgave laat selecteren en biedt dan een scala van mogelijke bewerkingen aan waaruit de student een optie kiest. Het systeem voert deze uit. Het systeem geeft nu alleen nog foutmeldingen bij foutieve bewerkingen.
- TU/e: ontwikkelt een systeem op basis van verschillende computeralgebra-systemen waarbij de student zelfstandig een opgave oplost en daarna het antwoord invoert waarna het systeem het antwoord vergelijkt met enkele vooraf bepaalde goede en foute oplossingen en overeenkomstig feedback geeft.
- OU: ontwikkelt een systeem waarbij de student geheel vrij bewerkingen uitvoert die door het systeem moeten worden herkend; het systeem signaleert zo nodig procedurele en/of syntactische fouten.

Door de drie partners is al een aanzienlijke ontwikkelingsinvestering gedaan en de drie systemen zullen de komende tijd op experimentele wijze worden ingezet bij het onderwijs.

In dit project willen wij technieken ontwikkelen voor verbeterde feedback. Daarbij richten we ons niet alleen op onze eigen systemen maar ook op de grote installed base aan Maple TA systemen. Gezien de inherente beperkingen om binnen deze systemen automatische feedback in te bouwen, stellen we de volgende werkwijze voor.

Wij ontwikkelen een prototype van een feedbackcomponent gebaseerd op herschrijf-technologie uit de informatica en voegen deze component toe aan één van onze systemen (het TUD-systeem). Met dit prototype systeem kunnen alle bewerkingsstappen en verschillende oplossingsstrategieën van een opgave worden doorlopen en kan directe feedback worden afgeleid. Deze feedback zal worden geëvalueerd in gebruikerstesten. Vervolgens ontwikkelen we een outputmodule die de volledige graaf van bewerkingen en de daarbij behorende feedback kan uitschrijven naar een format dat ook bruikbaar is voor andere omgevingen (zoals Maple TA). Met deze graafgerichte aanpak kunnen de enorme aantallen mogelijkheden gevolgd worden die studenten kunnen doorlopen bij het maken van opgaven. In alle gevallen kan adequate feedback worden gegeven. Door de feedback bij alle stappen in de graaf expliciet uit te schrijven kan de feedback desgewenst ook nog bekeken en zonnodig aangepast worden (dwz. de docent is niet geheel afhankelijk van wat het systeem automatisch genereert maar kan dat wel als uitgangspunt nemen en aanpassen aan het eigen didactisch concept).

Bij de feedbackcomponent willen wij een databank met oefenopgaven ontwikkelen. Er bestaat al een aantal verzamelingen met opgaven die zich richten op de VWO wiskunde en calculus. Voor andere onderdelen van de wiskunde, zoals lineaire algebra, is veel minder materiaal beschikbaar. Met onze tool zal het mogelijk zijn om een oefenbank voor lineaire algebra aan te leggen en die beschikbaar te stellen voor andere universiteiten. De te ontwikkelen technieken zullen daarnaast ook bruikbaar kunnen zijn voor andere wiskundevakken.

Het resulterende systeem zal in een aantal effectiviteitstudies verder onderzocht worden. Het gaat hierbij om goed gecontroleerde experimenten, waarin experimentele condities vergeleken worden met een controleconditie, vooral wat betreft hun effecten op leren. Deze experimenten zullen deels in het onderzoekslab van het Onderwijs technologisch Expertisecentrum van de OU en deels bij de TUD en TUE worden uitgevoerd. Deze studies zijn met name gericht op de feedbackcomponent van het systeem. Tijdens het project zullen op basis van literatuurstudie de eigenschappen van feedback worden bepaald die de leereffectiviteit kunnen beïnvloeden. Deze zullen als onafhankelijke variabelen in de verschillende experimenten worden onderzocht. Hierbij kan gedacht worden aan kenmerken van feedback zoals timing [14] en controle [15]. Door de mogelijkheid om verbale protocollen af te nemen, bieden de labstudies tevens de mogelijkheid om inzicht

te krijgen in de cognitieve processen die een rol spelen bij het omgaan met de verschillende soorten feedback.

De kennis uit deze experimenten zal worden gebruikt om het uiteindelijke systeem te ontwikkelen.

De uitvoering van het project kent de volgende werkpakketten/fasen:

Werkpakket 1 Ontwikkeling (februari – juli 2007)

Het ontwikkelen van een *strategietaal* waarmee alle oplossingsstrategieën kunnen worden gerepresenteerd, en het ontwikkelen van een *feedbackcomponent* die, uitgaande van bovengenoemde strategietaal en de herschrijfgeregels voor het domein, automatisch feedback genereert. Deze feedbackcomponent zal worden ingebouwd in één (of meerdere) van de *prototypesystemen* die wij al ontwikkeld hebben.

Werkpakket 2 Experimenteren (augustus – november 2007)

Het doen van een aantal *experimenten* met behulp van deze prototypesystemen om te zien of de feedback aansluit bij de gewenste vakdidactiek en door de docent is aan te passen.

Werkpakket 3 Toepassing (september 2007 – januari 2008)

Het toepassen van deze systemen als *generator* om een oefenbank Lineaire Algebra te genereren bruikbaar voor een breed scala van e-learning systemen.

Totale project duur: 1 jaar.

### 3. Omgeving van het innovatieproject

Binnen de technische studies nemen de wiskundevakken een prominente plaats in. Wiskunde is belangrijk voor het beschrijven en modelleren van vrijwel alle technische kennis. Het wiskunde niveau waarmee leerlingen van de middelbare school komen is beperkt en het rendement van de wiskunde vakken is laag. Voor de Analyse/Calculus kan dit voor een deel geweten worden aan de aansluiting VWO-WO. Voor de Lineaire Algebra gaat dit veel minder op, en speelt tijdsdruk door concurrentie met meer actieve onderwijsvormen (projecten) waarschijnlijk een veel belangrijkere rol. Er is duidelijk behoefte aan een meer actieve vorm van wiskunde oefenen.

Het slaagpercentage voor Lineaire Algebra tentamens is meestal in de orde van 40-50%. De opkomst en het slaagpercentage bij herkansingen is nog veel lager, dwz. studenten slagen er maar in beperkte mate in zelfstandig hun achterstand weg te werken. Nu de drie TU's als streefcijfer een bachelorrendement van 70% in 4 jaar hebben gesteld, is het essentieel dat het rendement op de Lineaire Algebra aanzienlijk verbetert. Een mogelijke verbetering kan worden bereikt met de inzet van e-learning systemen, waarbij vooral gedacht wordt aan een betere (zelfstandige) tentamenvoorbereiding.

Ook neemt de heterogeniteit in de instroom toe. Leerlingen komen van verschillende vooropleidingen, uit verschillende landen, of stromen weer in het hoger onderwijs in, na een aantal jaren andere dingen te hebben gedaan.

Tegelijkertijd is de ict-attitude van de nieuwe generaties drastisch gewijzigd. Ze zijn opgegroeid omgeven door allerlei slimme ict-toepassingen en verwachten die op allerlei gebied. Momenteel zullen studenten dus ook ontvankelijk zijn voor ict-tools in het onderwijs en het vanzelfsprekend vinden dat ze ook op didactisch gebied ondersteund worden in hun leerproces. Als daarin voldoende niveau en kwaliteit wordt bereikt, heeft iedere student een 'slimme docent' die stap voor stap meekijkt bij het oefenen met wiskundeopgaven en daar waar nodig en op de gewenste wijze kan ingrijpen.

Rond de aansluitingsproblematiek VO-WO worden momenteel diverse initiatieven genomen, onder andere voor het ontwikkelen van oefenbanken voor middelbare-schoolwiskunde en analyse. Deze systemen kennen maar een beperkte vorm van feedback. Dit project wil een oefenbank ontwikkelen voor Lineaire Algebra met daarbij uitgebreide feedback. De ontwikkelde technieken zullen echter ook bruikbaar zijn voor andere wiskunde-vakken, zoals analyse.

## 4. Resultaten en criteria voor toetsing

Het project kent de volgende deliverables:

1. Een automatische feedbackcomponent gebaseerd op herschrijftechnologie uit de informatica. Met de feedbackcomponent kunnen alle stappen worden gevolgd die door een student worden genomen bij het oplossen van wiskundige vraagstukken. Op het niveau van syntax, semantiek en strategie kan feedback gegeven worden op de acties van de student.  
De feedbackcomponent is inzetbaar bij diverse e-learning systemen.
2. Een prototype oefensysteem voor Lineaire Algebra waarin de automatische feedbackcomponent is ingezet voor direct gebruik (ter evaluatie) en voor het automatisch genereren van feedback voor bestaande e-learning-systemen (tbv een oefenbank voor Maple TA). Het oefensysteem wordt ontwikkeld door de OU en de TUD op basis van één van de reeds beschikbare systemen.
3. Een oefenbank voor Lineaire Algebra te gebruiken met Maple TA. De oefenbank wordt gebouwd door de TU/e met behulp van het door de OU en TUD ontwikkelde prototype systeem.
4. Een aangepaste vakdidactiek die gericht is op een zo goed mogelijk motiveren van de student en waarmee bepaald kan worden wanneer en op welk niveau feedback gegeven kan worden. Uitgebreide experimenten zullen worden gedaan naar de vorm en effectiviteit van de feedback. Deze experimenten worden uitgevoerd onder leiding het onderwijstechnologisch expertise centrum van de OU.
5. Bijdragen aan de kennis over nieuwe manieren van leren en onderwijzen met de inzet van ict in het bijzonder met intelligente feedback, middels presentaties en publicaties op conferenties en in tijdschriften.

Dit project is succesvol als:

- een automatische feedbackcomponent is gerealiseerd die inzetbaar is in diverse e-learning systemen
- een prototype oefensysteem is ontwikkeld met opgaven uit de Lineaire algebra
- een oefenbank opgaven uit de Lineaire algebra is ontwikkeld
- kennis is ontwikkeld over nieuwe didactische mogelijkheden op basis van de ontwikkelde nieuwe technologie
- over de resultaten gepresenteerd is op relevante conferenties en gepubliceerd is in relevante gezaghebbende tijdschriften.

## Appendix A.

### *Toelichting bij doelstelling*

#### **E-learning systemen voor wiskunde**

Er komen diverse e-learning systemen op de markt die het maken van wiskunde oefeningen ondersteunen. Het voordeel van e-learning is dat een grote collectie opgaven op eenvoudige manier ter beschikking kan komen van studenten en dat op eenvoudige wijze variaties op bestaande opgaven kunnen worden gecreeërd. Een ander belangrijk voordeel is de mogelijkheid om direct feedback te geven. In [1] worden diverse vormen van feedback in Computer Based Instruction onderscheiden en hun effectiviteit geanalyseerd op basis van bestaand empirisch onderzoek. Ook in het gewone onderwijs is directe feedback altijd al beschouwd als een essentieel onderdeel van een effectieve leeromgeving [2].

In de praktijk worden de mogelijkheden van feedback binnen e-learning echter nog maar weinig benut. De intelligentie van de meeste systemen beperkt zich tot interpretatie van het antwoord van de student, dwz. of het antwoord goed of fout is. De meeste systemen zijn niet in staat tot het geven van een meer inhoudelijke feedback, bv. of de gevolgde oplossingsstrategie wel goed is en of de student, in een op zich goede stap, niet een kleine fout gemaakt heeft. Als het systeem de student geen goede aanwijzingen geeft dan heeft het gebruik van e-learning geen meerwaarde boven een oefendictaat met antwoorden achterin. Wil men de meerwaarde van e-learning volledig benutten dan is goede feedback essentieel.

Het is echter geen eenvoudige opgave om goede feedback te genereren. Zeker niet voor wiskundige opgaven. Vaak zijn verschillende oplossingsstrategieën mogelijk en daarnaast kunnen door een student ook nog zeer veel verschillende fouten gemaakt worden, die voor een geoefende leraar al moeilijk zijn te herkennen, laat staan voor een e-learning systeem. Die interpretatie is natuurlijk ook moeilijk als de student alleen het eindresultaat invoert in het systeem terwijl de tussenstappen alleen op papier staan. Dit is de werkwijze van de meeste e-learning systemen die momenteel worden toegepast en gebaseerd zijn op systemen zoals Maple TA. Deze systemen zijn wel in staat de verschillende verschijningsvormen van het goede antwoord te herkennen maar kunnen bij een fout antwoord geen goede feedback geven over de oorzaak van de fout. Wel kan het systeem terug gaan naar het begin van de opgave en de student stapsgewijs door de opgave leiden. Het systeem kiest hier in het algemeen de te volgen strategie. Bij iedere tussenantwoord kan dan wel gerichte feedback gegeven worden. Een dergelijk benadering is ontwikkeld door de TU/e [7].

Deze aanpak vraagt echter het nodige voorwerk bij het inbrengen van de opgaven in het systeem, dwz. de volledige graaf van afzonderlijke tussenstappen moet expliciet worden gespecificeerd, alsmede de meest voor de handliggende 'logische' fouten. Ook dan ontbeert het systeem nog de intelligentie om simpele rekenfouten te onderscheiden van logische fouten.

Idealiter zou het e-learning systeem alle stappen van de student vanaf het begin van de opgaven moeten kunnen volgen, wat betekent dat de student de opgave geheel binnen het systeem moet uitwerken. Dat vraagt een zeer krachtige formule-editor en de interpretatie is dan ook niet eenvoudig omdat nu op allerlei niveau's fouten gemaakt kunnen worden. Deze systemen beperken zich meestal tot een gelimiteerd en overzichtelijk domein (bv. het oplossen van stelsels lineaire vergelijkingen). Een dergelijk systeem is Aplusix [13] en ook binnen de OU is een dergelijk systeem in ontwikkeling [4, 5, 6].

Een andere optie is een e-learning systeem dat de student bij iedere opgave een keuze biedt uit mogelijke bewerkingen. Na keuze van de bewerking voert het systeem de gevraagde operatie uit. Een dergelijk systeem is MathXpert [3] dat een groot deel van de Analyse bestrijkt. Binnen de TU Delft is een soortgelijk systeem in ontwikkeling voor Lineaire Algebra [11,12]. Deze systemen oefenen de student vooral in het herkennen en toepassen van oplossingsstrategieën. De student hoeft zelf geen wiskundige formules in te typen of antwoorden in te voeren want het systeem voert alle elementaire rekenkundige bewerkingen uit op de muisklik van de student. Deze volledige automatisering is in zekere zin ook wel een nadeel omdat de student nu zelf geen fouten meer kan maken in de elementaire formule manipulaties zelf.

Door alle bewerkingen binnen het systeem uit te voeren kent het systeem nu wel alle genomen stappen en kan desgevraagd hints geven. MathXpert geeft alleen hints op het niveau van een enkele stap en niet op een hoger conceptueel niveau. Ook worden niet altijd de juiste hints gegeven. Zolang de student op het goede pad naar de oplossing zit zijn de hints correct. Als de student eerst een foutieve bewerking doet en daardoor afwijkt van het juiste pad, dan kan het voorkomen dat het systeem de gewijzigde situatie niet meer herkent en geen zinnige hint meer kan geven.

Om serieuze feedback te kunnen geven dienen we oplossingsstrategieën te kunnen formuleren om die te toetsen cq. vergelijken met de ingegeven tussenstappen. Dat betekent dat een strategietaal nodig is die met de volgende elementen overweg kan:

- het betreffende wiskundig domein (bv: rekenkundige expressies)
- een repertoire van mogelijke opgaven (bv: vereenvoudig de volgende expressie)
- herschrijfgeregels (bv: vermenigvuldigen distribueert over optellen),
- strategieën waarmee de opgaven opgelost dienen te worden (bv: de strategie 'reduceer het aantal onbekenden').

Een dergelijke strategietaal kan gebaseerd zijn op herschrijftechnologie vanuit de informatica. De uitdaging ligt hier niet in het beschrijven van een enkelvoudige oplossingsstrategie maar juist in het beschrijven en herkennen van alle mogelijke paden naar de oplossing en eventueel ook de foutieve paden.

## Oplossingstrategieën

Aan de meeste oefeningen binnen bijvoorbeeld de lineaire algebra ligt een stapsgewijze berekening ten grondslag. Het uitrekenen van de volgende (nogal eenvoudige en daardoor niet geheel representatieve) expressie:

$$(16+8*3)*(5+6)$$

wordt door de meeste mensen in een paar stappen gedaan. Een student zou de bovenstaande expressie als volgt uit kunnen rekenen.

$$\begin{aligned} & (16+8*3)*(5+6) \\ & = \\ & (16+8*3)*11 \\ & = \\ & (16+24)*11 \\ & = \\ & 16*11+24*11 \\ & = \\ & 176+ 264 \\ & = \\ & 440 \end{aligned}$$

Een belangrijk onderdeel van wiskunde oefeningen is het stapsgewijs construeren van het antwoord, zoals in het bovenstaande voorbeeld. Voor het uitvoeren van die stappen zijn

herschrijfregels, of ook wel transformaties nodig. Ieder wiskundig domein heeft zijn eigen herschrijfregels, zoals vermenigvuldigen distribueert over optellen in rekenkundige expressies, en de Morgan in logische expressies.

In veel gevallen zijn er echter meerdere wegen die naar Rome leiden. Bijvoorbeeld, bij het oplossen van een verzameling lineaire vergelijkingen met onbekenden, zoals

$$\begin{aligned} 2x+y &= 4 \\ y-x &= 1 \end{aligned}$$

kunnen we de volgende oplossingsstrategie gebruiken:

Los van boven naar beneden steeds een variabele op (per vergelijking bijvoorbeeld de eerste variabele in alfabetische volgorde), en substitueer het resultaat in de volgende vergelijkingen. Als de laatste vergelijking opgelost is, moet vervolgens van beneden naar boven de substituties uitgevoerd worden.

$$\begin{aligned} 2x+y &= 4 \\ y-x &= 1 \end{aligned}$$

1) los een variabele in de 1e vgl op

$$x = (4-y)/2$$

2) substitueer het resultaat in de tweede vgl

$$\begin{aligned} x &= (4-y)/2 \\ y-(4-y)/2 &= 1 \end{aligned}$$

3) los  $y$  op in de tweede vgl (in meerdere stappen)

$$\begin{aligned} y-(4-y)/2 &= 1 \\ = & \\ 2y-(4-y) &= 2 \\ = & \\ 2y-4+y &= 2 \\ = & \\ 3y &= 6 \\ = & \\ y &= 2 \end{aligned}$$

4) substitueer dit in de eerste vgl

$$x = (4-2)/2 = 1$$

Er is echter ook een andere strategie mogelijk:

Trek van boven naar beneden gelijkheden van elkaar af totdat we eindigen met een vergelijking met een onbekende. Vervolgens passen we dan van beneden naar boven substitutie toe.

$$\begin{aligned} 2x+y &= 4 \\ y-x &= 1 \end{aligned}$$

1) Trek de 1e vgl van de 2e af

$$2x+y = 4$$

$$y-x-2x-y = 1-4$$

2) Vereenvoudig 2e vgl

$$\begin{aligned} 2x+y &= 4 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

3) Substitueer 2vgl in 1e vgl en vereenvoudig

$$\begin{aligned} y &= 2 \\ x &= 1 \end{aligned}$$

### Strategieën beschrijven

Hoe beschrijven we strategieën? Vaak worden strategieën in woorden beschreven. Maar als we in e-learning systemen gebruik willen maken van strategieën, zullen we strategieën precies moeten beschrijven. Als voorbeeld nemen we rekenkundige expressies. Voor rekenkundige expressies hebben we een aantal basis herschrijfgeregels zoals:

$$\begin{aligned} a*(b+c) &\leftrightarrow a*b+a*c \text{ [distr: * +]} \\ a+(b+c) &\leftrightarrow (a+b)+c \text{ [assoc: +]} \\ a+0 &\leftrightarrow a \text{ [zero: +]} \end{aligned}$$

etc, waarbij a, b en c willekeurige rekenkundige expressies mogen zijn, en de naam van de regel tussen rechthoekige haken staat. Stel dat we nu een opgave hebben die de student vraagt een rekenkundige expressie te vereenvoudigen:

Vereenvoudig

$$3*(11-5)+(8-2*4)/6+(5-5)$$

Voor het vereenvoudigen van rekenkundige expressies zijn verschillende strategieën mogelijk. In de bottomup strategie worden expressies op zo laag mogelijk niveau herschreven.

De laagste subexpressies die herschreven kunnen worden zijn 11-5, 2\*4, en 5-5. Daarmee krijgen we

$$\begin{aligned} &3*(11-5)+(8-2*4)/6+(5-5) \\ \rightarrow & \\ &3*6+(8-8)/6+0 \\ \rightarrow & \\ &3*6+0/6+0 \\ \rightarrow & \\ &18+0+0 \\ \rightarrow & \\ &18 \end{aligned}$$

In de topdown strategie herschrijven we juist termen op het hoogste niveau. Dat zijn in dit geval  $3*(11-5)$  (naar  $3*11-3*5$ ),  $(8-2*4)/6$  (naar  $8/6-(2*4)/6$ ), en  $(5-5)$  (naar 0).

$$3*11-3*5+8/6-(2*4)/6+0$$

In de volgende stap moet de regel  $a+0 \rightarrow a$  worden toegepast:

$$3*11-3*5+8/6-(2*4)/6$$

Vervolgens krijgen we

```

33-15+4/3-2*4/6
->
18+4/3-2*4/6
->
58/3-2*4/6
->
58/3-8/6
->
58/3-4/3
->
18

```

Uit deze berekening blijkt al dat de topdown strategie niet altijd de beste strategie is. De bottomupstrategie bestaat uit het herhaald bottomup toepassen van basisregels. Dit zouden we als volgt kunnen representeren in een "strategietaal" die constructies heeft voor het herhaald toepassen totdat herschrijven niet meer mogelijk is (zgn. repeat), en aan kan geven of een regel BottomUp of TopDown toegepast wordt.

```

vereenvoudig_bottomup = Repeat (BottomUp basis)
vereenvoudig_topdown  = Repeat (TopDown basis)

```

waarbij basis een keuze van een van de basisregels representeert:

```
basis = ListChoice [distr: * +,assoc: +,zero: +,...]
```

## Een strategietaal

Om een strategie precies te kunnen representeren hebben we een strategietaal nodig. Uit het voorbeeld voor rekenkundige expressies blijkt dat deze taal constructies moet bevatten die aangeven dat een regel bottomup of topdown moet worden toegepast, en dat een regel herhaald moet kunnen worden toegepast. Andere belangrijke constructies voor de strategietaal zijn binaire keuze, als in

```
vereenvoudig = Repeat (Choice (TopDown basis) (BottomUp basis))
```

als we vinden dat een student zowel topdown als bottomup mag werken. De listchoice gebruikt in de basisregel is herhaald toegepaste choice. Ook sequentie (doe eerst X, en dan Y) is een belangrijke constructie. Zie [9] voor een overzicht van strategietalen.

Naast het beschrijven van de mogelijke strategieën, is er voor het volgen van wat de student doet (en het daarop geven van feedback) ook nodig dat we kunnen bepalen waar hij zich bevindt. Daarvoor is een parser nodig die de operaties die de student heeft gedaan kan vergelijken met de gespecificeerde strategieën en kan bepalen of hij op een bekende weg is naar de oplossing of niet.

Nu is het aantal mogelijke oplossingspaden bij een realistisch probleem al zeer groot, en daarnaast kan de student ook nog verdwalen of via een omweg weer terugkeren naar een goed pad. De parser moet dus om kunnen gaan met een veelheid van mogelijkheden en niet onmiddellijk de draad kwijt raken op het moment dat de student iets "onverwachts" doet.

De volgende stap is dat er feedback gegeven moet worden, dwz. mogelijk commentaar op de laatste stap of het gekozen oplossingstraject of een hint naar de volgende stap. Zoals al eerder gesteld is het ondoenlijk om deze feedback vooraf met de hand te specificeren omdat het aantal oplossingspaden zeer groot is en het aantal mogelijke suggesties navenant. De feedback moet dus automatisch afgeleid worden uit de met behulp van de strategietaal beschreven strategieën afhankelijk van de situatie. Als de strategietaal alleen alle mogelijke sequenties van elementaire basisoperaties zou specificeren, dan zou de feedback ook alleen op dat niveau feedback gegeven kunnen worden. Willen we de

feedback op een meer begripsmatig en conceptueel niveau formuleren dan moet de strategiebeschrijving ook die hogere concepten en termen bevatten, bv. de bovengenoemde TopDown of BottomUp strategie, of begrippen als "matrix vegen" of "breng naar canonicke vorm". Dat betekent dat deze begrippen ook in de strategietaal moeten zijn gedefinieerd.

## **E-learning aanpak**

De meeste e-learning systemen voor wiskunde ondersteunen een stapsgewijze constructie naar een oplossing. In de eerder genoemde e-learning systemen kan onderscheid gemaakt worden tussen de volgende benaderingen:

1 - Systemen als (Le)ActiveMath [7, 8] interpreteren alleen de eindantwoorden. De student maakt eerst de opgave met potlood en papier en voert dan zijn antwoord in en het systeem interpreteert dit vervolgens. Het systeem weet dus niet wat de student gedaan heeft, tenzij het systeem daar expliciet stapsgewijs naar vraagt. Om in die situatie toch feedback te kunnen geven is veelal vantevoren een eenvoudige rubricering gemaakt van mogelijke (goede en foute) antwoorden en op basis van matching van de antwoorden met deze rubricering wordt daarop feedback gegeven [16]. Die rubricering heeft meestal de vorm van een graaf. De TU/e ontwikkelt een e-learning systeem op basis van dit principe [7, 8] en ook elders wordt deze aanpak veel gebruikt bv. op basis van Maple TA.

2 - Systemen als Aplusix [13] bieden aanvullende faciliteiten om zelf expressies in te voeren en operaties uit te voeren. Het systeem werkt dus als een elektronisch kladblok. De student doet dus feitelijk hetzelfde als wat hij met potlood en papier zou doen, alleen nu met het systeem. Het systeem beschikt nu wel over meer informatie over wat de student aan het doen is maar het systeem moet nog wel de operaties 'herkennen' en ook de eventuele fouten daarin. De OU ontwikkelt een dergelijk systeem [4, 5, 6].

3 - Systemen als MathXpert [3] bieden een iets eenvoudiger aanpak. Het systeem bevat de opgaven al en biedt de student vervolgens een aantal mogelijke operaties aan op de formule. De student hoeft dus geen ingewikkelde expressies of matrices in te voeren of te editen maar kan een selectie op een formule maken en een bijbehorende actie specificeren. In deze aanpak voert het systeem dus de operaties uit en kent dus ook de volgorde van de uitgevoerde operaties. De TU Delft ontwikkelt een dergelijk systeem voor Lineaire Algebra [11, 12].

De eerder beschreven methode voor het automatisch genereren van feedback kan in alle genoemde benaderingen worden toegepast, maar op verschillende manier. Zoals genoemd is er een parser nodig die kijkt of en hoe de door de student gedane acties passen op de bekende oplossingsstrategieën. In benadering 3 kan de parser direct de opgegeven operaties interpreteren en er hoeft dus niet naar het resultaat (de wiskundige expressie) gekeken te worden. In benadering 2 moet het tussenresultaat zelf eerst (op formuleniveau) worden geïnterpreteerd om daaruit af te leiden welke operaties de student heeft toegepast. Dat kan een enkelvoudige operatie zijn geweest, maar ook meerdere gecombineerd. Het helpt dan als de parser zou kunnen beschikken over de mogelijke (goede) tussenresultaten. Ten slotte, in benadering 1 weet de parser vrijwel niets en kan alleen het antwoord vergeleken worden op basis van de gemaakte categorieën van mogelijke antwoorden.

Parsing gebeurt dus eigenlijk op twee niveau's: op het niveau van de wiskundige expressies (het wiskundige tussenresultaat) en op het niveau van de procedure (de operaties). Bij benadering 3 hoeft de eerste parsing niet meer gedaan te worden en kan direct de procedure worden geïnterpreteerd. Benadering 1 en 2 moeten nog wel eerst een interpretatie doen op het expressieniveau.

Ons voorstel is om een strategietaal en een feedback module te ontwikkelen waarmee oplossingsstrategieën kunnen worden gespecificeerd en operaties kunnen worden

geïnterpreteerd. Deze module kan worden ingebouwd in het delftse systeem. Daarmee kunnen tests en evaluaties gedaan worden. Daarnaast kan dit systeem echter ook gebruikt worden als generator voor de andere systemen. Alle mogelijke paden (gespecificeerd in de strategietaal) kunnen namelijk met het systeem worden afgelopen en de tussenresultaten (met de daarbij eventueel te genereren feedback) in een graaf weggeschreven. Benadering 1 en 2 kunnen vervolgens deze informatie inlezen en hiervan gebruik maken voor het parsen van de elementaire expressies. Op deze manier kunnen we dus intelligente feedback ontwikkelen voor alle beschikbare e-learning systemen. Een aanvullend voordeel is dat de docent ook de gegenereerde feedback kan bekijken en eventueel corrigeren.

De in dit project te ontwikkelen methoden zullen worden toegepast voor een oefenbank Lineaire Algebra, maar de ontwikkelde technieken zijn evenzeer toepasbaar op andere wiskundevakken. Het is interessant te beseffen dat de wiskunde zelf geen technieken heeft om wiskundige procedures te beschrijven en te checken. De informatica biedt deze technieken wel en het is de meerwaarde van dit project dat wiskundige en informatici samenwerken om deze technieken te ontwikkelen en toe te passen in e-learning systemen.

## Referenties

1

B. Jean Mason and Roger Bruning

Providing Feedback in Computer-Based Instruction: What the Research Tells Us.

Center for Instructional Innovation, University of Nebraska-Lincoln.

Available from <http://dwb.unl.edu/Edit/MB/MasonBruning.html>.

2

Hans Hummel, Henk Roossink, Marcel de Croock

Feedbackmodel voor blended learning.

Projectrapportage, Digital Universiteit, 2006

3

M. Beeson

Design principles of MathXpert: Software to support education in algebra and calculus.

In N. Kajler, editor, Computer-Human Interaction in Symbolic Computation, pages 89-

115. Springer-Verlag, 1998.

4

Harrie Passier and Johan Jeuring

Feedback in an interactive equation solver.

In Proceedings of the Web Advanced Learning Conference and Exhibition, WebALT 2006,

5-6 january 2006, Eindhoven, The Netherlands. An extended version of this paper is

available as Technical report Utrecht University UU-CS-2006-021, 2006.

5

Passier, H. en J. Jeuring

Ontology based feedback generation in design-oriented e-learning systems.

IADIS e-Society 2004 Conference, 16-19 juli 2004, Avila, Spain.

<http://www.ou.nl/eCache/DEF/11/872.html>

6

Josje Lodder, Johan Jeuring and Harrie Passier

An interactive tool for manipulating logical formulae.

To appear in proceedings of the Second International Congress on Tools for Teaching

Logic, Salamanca, Spain, September 26 - 30, 2006.

Also available as Technical report Utrecht University UU-CS-2006-040, 2006.

7

Arjeh Cohen, Hans Cuypers, Dorina Jibeteian and Mark Spanbroek

Interactive Learning and Mathematical Calculus.

Mathematical Knowledge Management: 4th International Conference, MKM 2005, Bremen,

Germany, July 15-17, 2005, Lecture Notes in Computer Science, Vol. 3863, 2006, pp. 330

- 345. [www.win.tue.nl/~amc/pub/mkm05.pdf](http://www.win.tue.nl/~amc/pub/mkm05.pdf)

8

ActiveMath home

<http://www.activemath.org/>

9

E. Visser

A Survey of Strategies in Rule-Based Program Transformation Systems.

Journal of Symbolic Computation, 40(1):831--873, 2005. Special issue on Reduction

Strategies in Rewriting and Programming

10

Paul Hudak  
Building domain-specific embedded languages.  
ACM Comput. Surv. 28: 4es, 1996.

11

W. Pasman, F.W. Jansen  
E-learning tool voor Lineaire Algebra.  
TU Delft, 2006  
<http://graphics.tudelft.nl/~wouter/publications/pasman06b.pdf>

12

W. Pasman  
Electronic Linear Algebra Trainer: Towards a system configuration.  
Technical report, Delft University of Technology, August 2005.  
<http://graphics.tudelft.nl/~wouter/publications/pasman05a.pdf>

13

Aplusix  
Helping the children of the world to learn algebra.  
<http://aplustix.imag.fr/>

14

L. Kester  
Timing of information presentation and the acquisition of complex skills.  
Unpublished doctoral dissertation, Open University of the Netherlands, Heerlen, The Netherlands, 2003.

15

R.J.C.M. Salden  
Dynamic task selection in aviation training.  
Unpublished doctoral dissertation, Open University of the Netherlands, Heerlen, The Netherlands, 2005.

16

Christian Bokhove, Andre Heck, Gerard Koolstra  
Intelligente feedback bij digitale toetsen en oefeningen.  
Euclides 81:2, 2005-2006.

17

Homepage Hans Cuypers  
<http://www.win.tue.nl/~hansc/>

18

Homepage Harrie Passier  
<http://www.ou.nl/eCache/DEF/11/857.html>

19

Homepage Wouter Pasman  
<http://graphics.tudelft.nl/~wouter/>

## Bijlage 1: Begroting

In hoofdzaak zijn drie projectfasen te onderscheiden: ontwikkelen, experimenteren en toepassen. Voor iedere fase wordt een werkpakket gedefinieerd. Hieronder staan per werkpakket de inzet van de diverse medewerkers en overige kosten.

De materiële kosten zijn beperkt en bestaan voornamelijk uit vergader- en reiskosten, naast kosten die gemaakt moeten worden om de experimenten uit te kunnen voeren (huur laboratoria, analyseapparatuur, vergoedingen voor deelnemers, etc.).

Werkpakket 1 Ontwikkeling (februari – juli 2007)

Personele inzet:

	TUD	Tue	OU	Totaal
Onderzoekers/ontwikkelaars	800	150	500	1450
Begeleider (hoogleraar)	100	40	150	290
Projectleider			40	40
Totaal	900	190	690	1780

Materiële kosten

Vergaderkosten 1.000

Reiskosten 2.000

Werkpakket 2 Experimenteren (augustus – november 2007)

Personele inzet:

	TUD	Tue	OU	Totaal
Onderzoekers/ontwikkelaars	250	400	400	1050
Begeleider (hoogleraar)	40	40	40	120
Onderwijskundig begeleider			300	300
Projectleider			30	30
Totaal	290	440	770	1500

Materiële kosten

Vergaderkosten 1.000

Reiskosten 2.000

Experimenteerkosten (huur apparatuur en locaties, vergoedingen deelnemers): 12.000

Werkpakket 3 Toepassing (september 2007 – januari 2008)

Personele inzet:

	TUD	Tue	OU	Totaal
Onderzoekers/ontwikkelaars	150	700	150	1000
Begeleider (hoogleraar)	40	100	40	180
Projectleider			30	30
Totaal	190	800	220	1210

Materiële kosten

Vergaderkosten 1.000

Reiskosten 2.000

Hieronder staat het totaaloverzicht aan kosten. Tevens is aangegeven hoe de financiering daarvan is: deels uit de subsidie, deels door eigen bijdragen.

Totaal overzicht:

	Inzet in uren	Kosten in euro's	Financiering uit subsidie	Financiering uit eigen bijdrage
Onderzoekers/ontwikkelaars TUD	1200	60.000	42.000	18.000
Onderzoekers/ontwikkelaars TUE	1250	62.500	43.750	18.750

Onderzoekers/ontwikkelaars OU	1050	52.500	36.750	15.750
Begeleider TUD	180	18.000	12.600	5.400
Begeleider TUE	180	18.000	12.600	5.400
Begeleider OU	230	23.000	16.100	6.900
Onderwijskundig begeleider OU	300	30.000	21.000	9.000
Projectleider	100	10.000	10.000	0
Vergaderkosten		3.000	2.100	900
Reiskosten		6.000	4.200	1.800
Experimenteerkosten		12.000	8.400	3.600
Accountant		2.000	1.400	600
totaal		297.000	210.900	86.100

## Overzicht over hele projectperiode per instelling

	TUD	Tue	OU	Totaal
Personeelskosten	78.000	80.500	115.500	274.000
Materiële kosten	6.547	6.757	9.695	23.000
Totaal kosten	84.547	87.257	125.195	297.000
Financiering Surf	59.183	61.080	90.637	210.900
Eigen bijdragen instellingen	24.364	26.177	34.559	86.100

## **Bijlage 2: Persoonsgegevens**

Projectleider  
Ir. Evert van de Vrie  
Faculteit Informatica  
Open Universiteit Nederland  
Postbus 2960  
6401 DL Heerlen  
045 5762366  
[evert.vandevrie@ou.nl](mailto:evert.vandevrie@ou.nl)

Onderzoekers/ontwikkelaars  
TUD: dr. Wouter Pasma  
TU/e: dr. Hans Cuypers, Ir. Mark Spanbroek  
OU: dr. Ella Roubtsova, drs. Harrie Passier

Begeleider TUD: prof.dr.ir. Erik Jansen  
Begeleider TU/e: prof.dr. Arjeh Cohen  
Begeleider OU: prof.dr. Johan Jeuring  
Onderwijskundig begeleider OU: dr. Fred Paas

De bovenstaande begeleiders vormen samen met Dr. L.J. van Gastel, Universiteit van Amsterdam, de stuurgroep van het project.

## Bijlage 3: Samenwerkingsverklaringen

**TU/e** technische universiteit eindhoven

College van Bestuur Open Universiteit  
Postbus 2960  
6401 DL HEERLEN

Den Dolech 2  
Postbus 513  
5600 MB Eindhoven  
Nederland  
Telefoon: 040 - 247 2211  
Telefax: 040 - 245 4175  
E-mail: a.d.v.eggelen@tue.nl  
Hoofgebouw 0.10

Uw kenmerk

Ons kenmerk

Datum

CvB 2006/1791

25 oktober 2006

Onderwerp  
Samenwerkingsverklaring

Geacht College,

We hebben kennis genomen van het voorstel voor een onderwijsvernieuwingsproject 'Intelligente feedback' dat u voornemens bent voor subsidiëring in te dienen bij Surf in het kader van het programma baanbrekende onderwijsvernieuwingsprojecten. Wij ondersteunen uw voorstel. Indien het voorstel door Surf wordt geaccepteerd, zullen we de activiteiten verrichten zoals uitgewerkt in het voorstel.

Graag onderstrepen we het belang van dit project. Het sluit aan op werkzaamheden die op onze instelling zijn verricht en brengt die samen met de werkzaamheden die bij de andere partners hebben plaatsgevonden. Gezamenlijk kunnen we werken aan belangrijke stappen vooruit. Het uiteindelijke resultaat van dit project kan mogelijk op veel plaatsen benut worden, onder andere binnen het project 'Nationale Kennisbank Basisvaardigheden Wiskunde', waarvoor onlangs goedkeuring is verleend door Surf.

Vriendelijke groet,

Het College van Bestuur,

Ir. H.P.J.M. Roumen  
Secretaris

A.H. Lundqvist  
Voorzitter

Datum  
Contactpersoon Ir. J.B.J. Groot Kormelink  
Telefoon +31 (0)15 27 83260  
E-mail j.b.j.grootkormelink@tudelft.nl

Onderwerp  
Kenmerk 62393/JGK/MW

**Technische Universiteit Delft**

---

College van Bestuur

College van bestuur van de Open Universiteit  
Postbus 2960  
6401 DL Heerlen

Correspondentie  
Postbus 5  
2600 AA Delft

Geacht College,

We hebben kennis genomen van het voorstel voor een onderwijsvernieuwingsproject 'Intelligente feedback' dat u voornemens bent voor subsidiëring in te dienen bij Surf in het kader van het programma baanbrekende onderwijsvernieuwingsprojecten. Wij ondersteunen uw voorstel. Indien het voorstel door Surf wordt geaccepteerd, zullen we de activiteiten verrichten zoals uitgewerkt in het voorstel.

Graag onderstrepen we het belang van dit project. Het sluit aan op werkzaamheden die op onze instelling zijn verricht en brengt die samen met de werkzaamheden die bij de andere partners hebben plaatsgevonden. Gezamenlijk kunnen we werken aan belangrijke stappen vooruit. Het uiteindelijke resultaat van dit project kan mogelijk op veel plaatsen benut worden, onder andere binnen het project 'Nationale Kennisbank Basisvaardigheden Wiskunde', waarvoor onlangs goedkeuring is verleend door Surf.

Vriendelijke groet,

Namens het College,

Met vriendelijke groet,

Drs. P.M.M. Rullmann  
Vice President for Education TUDelft